□04□ □□□□□:□□□

□□□□□□□□□

□□□□□□□12□□□

1□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x\ln x-\frac{a}{2}x^2+1$ □

□1□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ a □□□□□□

□2□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□ $\frac{1}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1x_2 □□ $3\ln 2<|\ln x_2-\ln x_1|<3$ □

□□□□□□□1□ $f'(x)=\ln x+1-ax(x>0)$ □

$f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□

$\therefore f'(x)\leqslant 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

$\therefore a\geqslant\frac{\ln x+1}{x}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $g(x)=\frac{\ln x+1}{x}$ □ $g'(x)=-\frac{\ln x}{x^2}$ □

$\therefore x\in(0,1)$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□

$x\in(1,+\infty)$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□

$\therefore g(x)_{max}=g$ □1□ $=1$ □

$\therefore a\geqslant 1$ □

□2□□□□□ f' □1□ $=-a+1=\frac{1}{2}$ □ $\therefore a=\frac{1}{2}$ □

$\therefore f(x)=x\ln x-\frac{1}{4}x^2+1$ □ $f'(x)=\ln x+1-\frac{1}{2}x$ □

$f''(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}(x>0)$ □□ $f''(x)>0$ □□□□ $x<2$ □

□ $f''(x)<0$ □□□□ $x>2$ □

□ $f'(x)$ □ $(0,2)$ □□□ $f'(x)$ □ $(2,+\infty)$ □□□

□ f'（2）$=ln2>0$ □ $f'(\frac{1}{e})=-\frac{1}{2e}<0$ □ $f'(e^2)=3-\frac{1}{2}e^2<0$ □

□ $f'(x)$ □□□ $(\frac{1}{e}$ □ $2)$ □ $(2,e^2)$ □□□ x_1 □ x_2 □□□□□ $x_1<x_2)$ □

$\therefore 0<x<x_1$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□

$x_1<x<x_2$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□

$x>x_2$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□

□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{e}$ □ $2)$ □ $(2,e^2)$ □ 2 □□□ x_1 □ x_2 □

□ $f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}-ln2>0$ □ $f(\frac{1}{e})<0$ □ $\therefore \frac{1}{e}<x_1<\frac{1}{2}$ □

f（4）$=ln4-1>0$ □ $f'(e^2)<0$ □ $\therefore 4<x_2<e^2$ □

$\therefore -1<lnx_1<-ln2$ □ $2ln2<lnx_2<2$ □

$\therefore 3ln2<lnx_2-lnx_1<3$ □

□□□□□□□

2．（2021•□□□□□□□□□ $f(x)=lnx$ □ $g(x)=a(x-1)$ □□□ $a\in R$ □

（1）□□ $a=1$ □□□□□ $x>1$ □□ $f(x)<g(x)$ □

（2）□□ $F(x)=f(x)-g(x)e^x$ □□ $0<a<\frac{1}{e}$ □□□ e □□□□□□□□□

① □□ $F(x)$ □□□□□□□

② □ x_0 □□ $F(x)$ □□□□□ x_1 □ $F(x)$ □□□□□ $x_1>x_0$ □□□□ $3x_0-x_1>2$ □

□□□□□1□□□□ $h(x)=f(x)-g(x)=lnx-a(x-1)$ $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{x-1}{x}$ □

□ $x>1$ □□ $h'(x)<0$ □□□ $h(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□

□ $h(x)$ □ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□

□□□ $x>1$ □□ $h(x)<h$ □1□ $=0$ □□□ $x>1$ □□ $f(x)<g(x)$ □

□2□□□□① $F(x)=f(x)-g(x)e^x=\ln x-a(x-1)e^x$ □□ $F'(x)=\dfrac{1-ax^2e^x}{x}$ □

□ $G(x)=1-ax^2e^x$ □□ $0<a<\dfrac{1}{e}$ □

□□ $G(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ G □1□ $=1-ae>0$ □

□ $G(\ln\frac{1}{a})=1-a(\ln\frac{1}{a})^2\frac{1}{a}=1-(\ln\frac{1}{a})^2\frac{1}{a}<0$ □

□ $G(x)=0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $F'(x)=0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□□□ x_0 □□ $1<x_0<\ln\dfrac{1}{a}$ □

□ $x\in(0,x_0)$ □□ $F'(x)=\dfrac{G(x)}{x}>\dfrac{G(x_0)}{x}=0$ □□□ $F(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□□

□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $F'(x)=\dfrac{G(x)}{x}<\dfrac{G(x_0)}{x}=0$ □□□ $F(x)$ □ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□□ x_0 □ $F(x)$ □□□□□□□

□□1□□ $\ln x<x-1$ □□□ $F(\ln\frac{1}{a})=\ln\ln\frac{1}{a}-a(\ln\frac{1}{a}-1)e^{\ln\frac{1}{a}}=\ln\ln\frac{1}{a}-\ln\frac{1}{a}+1=h(\ln\frac{1}{a})<0$ □

□□□ $F(x_0)>F$ □1□ $=0$ □□□ $F(x)$ □ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□□□

□ $F(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□□ 1□□□ $F(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□

② □□□□ $\begin{cases}F'(x_0)=0\\F(x_1)=0\end{cases}$ □□ $\begin{cases}ax_0^2e^{x_0}=1\\\ln x_1=a(x_1-1)e^{x_1}\end{cases}$ □

□□ $\ln x_1=\frac{x_1-1}{x_0^2}e^{x_1-x_0}$ □□ $e^{x_1-x_0}=\frac{x_0^2\ln x_1}{x_1-1}$ □

□□□ $x>1$ □□ $\ln x<x-1$ □□ $x_1>x_0>1$ □

□ $e^{x_1-x_0}<\frac{x_0^2(x_1-1)}{x_1-1}=x_0^2$ □

□□□□□□□ $\ln e^{x_1-x_0}<\ln x_0^2$ □□□ $x_1-x_0<2\ln x_0<2(x_0-1)$ □

□□□ $3x_0-x_1>2$ □

3□□2021•□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax\ln x-(a+1)\ln x$ □ $f(x)$ □□□□ $f'(x)$ □

□1□□ $a>-1$ □□□□ $f'(x)$ □□□□□

□2□□ $a>0$ □□□□ $f(x)=\frac{3}{e}-x$ □□□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $x_1+e>x_2+\frac{1}{e}$ □

□□□□1□□□ $f'(x)=a(\ln x+1)-\frac{a+1}{x}$ □ $f''(x)=\frac{a}{x}+\frac{a+1}{x^2}=\frac{ax+(a+1)}{x^2}$ □

□ $-1<a<0$ □□□ $0<x<-\frac{a+1}{a}$ □□ $f''(x)>0$ □ $f'(x)$ □□□□□□ $x>-\frac{a+1}{a}$ □□ $f''(x)<0$ □ $f'(x)$ □□□□□

□ $a\geqslant 0$ □□□ $x>0$ □□ $f''(x)>0$ □ $f'(x)$ □□□□□

□□ $-1<a<0$ □□□ $(0,-\frac{a+1}{a})$ □ $f'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $(0-\frac{a+1}{a},+\infty)$ □□□□□□□ $a\geqslant 0$ □□□ $(0,+\infty)$ □ $f'(x)$ □□□□□

□2□□□□□ $g(x)=f(x)+x-\frac{3}{e}$ □□ $g'(x)=f'(x)+1$ □

□□1□□□□ $(0,+\infty)$ □□ $g'(x)$ □□□□□

□ g' □1□ $=f'$ □1□ $+1=0$ □□□□ $(0,1)$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□□□

□ $g(\frac{1}{e})=-\frac{a}{e}+(a+1)+\frac{1}{e}-\frac{3}{e}=a(1-\frac{1}{e})+(1-\frac{2}{e})>0$ □ $g(1)=1-\frac{3}{e}<0$ □

$g(e)=ae-(a+1)+e-\frac{3}{e}=a(e-1)+(e-1-\frac{3}{e})>0$ □

□□ $x_1>\frac{1}{e}$ □ $x_2<e$ □□ $x_1+e>x_2+\frac{1}{e}$ □

4□□2021•□□□□□□□□□□□ $f(x)=mxlnx-(m+1)lnx$ □ $f'(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□

□1□□□□□ $f'(x)$ □□□□□

□2□□□□ $m>0$ □□□□ $f(x)$ □ $g(x)=\frac{3}{e}-x$ □□□□□□□□ $A(x_1$ □ $y_1)$ □ $B(x_2$ □ $y_2)(x_1<x_2)$ □□□□ $x_2+\frac{1}{e}<x_1+e$ □

□□□□□□□1□ $f'(x)=mlnx+mx\times\frac{1}{x}-\frac{m+1}{x}=mlnx+m-\frac{m+1}{x}$ □

□ $h(x)=mlnx+m-\frac{m+1}{x}$ □

$h'(x)=\frac{m}{x}+\frac{m+1}{x^2}=\frac{mx+m+1}{x^2}$ □

□ $m..0$ □□ $f'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $-1<m<0$ □□ $f'(x)$ □ $(0,-\frac{m+1}{m})$ □□□□□□ $(-\frac{m+1}{m}$ □ $+\infty)$ □□□□□

□ $m,,-1$ □□ $f'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□2□□□□□□ $F(x)=f(x)-g(x)=mxlnx-(m+1)lnx+x-\frac{3}{e}$ □

$F'(x)=mlnx+m-\frac{x+1}{x}+1=\varphi(x)$ □□□ $m>0$ □ $x>0$

$\varphi'(x)=\frac{m}{x}+\frac{m+1}{x^2}>0$ □□□□

□□□ $F'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ F' □1□ $=0$ □

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$F'(x)$	-	0	+
$F(x)$	□□	□□□	□□

F □1□ $=1-\frac{3}{e}=\frac{e-3}{e}<0$ □

$F(\frac{1}{e})=m\frac{e-1}{e}+\frac{e-2}{e}>0$ □ F □e□ $=m(e-1)+\frac{e(e-1)-3}{e}>0$ □

□ $F(x)$ □□□ $(\frac{1}{e},1)$ □ □□ $(1,e)$ □□□□□□□□□□ $x_1\in(\frac{1}{e},1)$ □ □ $x_2\in(1,e)$ □

□ $x_2 - x_1 < e - \frac{1}{e}$ □□ $x_2+\frac{1}{e}<x_1+e$ □

5□□2010•□□□□□□□□□□□□□ R □□□ $f(x)$ □□□□ $g(x)$ □□ $f(x)+g(x)=10^x$ □

□1□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□

□2□□□□ $g(x_1)+g(x_2)\geq 2g(\frac{x_1+x_2}{2})$ □

□3□□□ $f(x_1)$ □ $f(x_2)$ □ $g(x_1)$ □ $g(x_2)$ □□ $f(x_1-x_2)$ □ $g(x_1+x_2)$ □

□□□□□□1□ □ $f(x)+g(x)=10^x$ ①

$\therefore f(-x)+g(-x)=10^{-x}$ □

□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□

$\therefore f(-x)=-f(x)$ □ $g(-x)=g(x)$

$\therefore -f(x)+g(x)=10^{-x}$ ②

□①□②□□ $f(x)=\frac{1}{2}(10^x-\frac{1}{10^x})$ □ $g(x)=\frac{1}{2}(10^x+\frac{1}{10^x})$ □

□2□□□□□ $g(x_1)+g(x_2)=\frac{1}{2}(10^{x_1}+\frac{1}{10^{x_1}})+\frac{1}{2}(10^{x_2}+\frac{1}{10^{x_2}})$

$=\frac{1}{2}(10^{x_1}+10^{x_2})+\frac{1}{2}(\frac{1}{10^{x_1}}+\frac{1}{10^{x_2}})\geq\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{10^{x_1}\times 10^{x_2}}+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{\frac{1}{10^{x_1}}\cdot\frac{1}{10^{x_2}}}$

$=10^{\frac{x_1+x_2}{2}}+\frac{1}{10^{\frac{x_1+x_2}{2}}}=2g(\frac{x_1+x_2}{2})$

□ $g(x_1)+g(x_2)-2g(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{1}{2}(10^{x_1}+10^{x_2})+\frac{1}{2}(\frac{1}{10^{x_1}}+\frac{1}{10^{x_2}})-(10^{\frac{x_1+x_2}{2}}+\frac{1}{10^{\frac{x_1+x_2}{2}}})$

□□□□

$=\frac{(10^{x_1+x_2}+1)\cdot(10^{x_1}+10^{x_2})}{2\cdot10^{x_1+x_2}}-\frac{10^{x_1}+10^{x_2}+1}{10^{\frac{x_1+x_2}{2}}}$

$=\frac{(10^{x_1+x_2}+1)(10^{x_1}+10^{x_2}-2\cdot10^{\frac{x_1+x_2}{2}})}{2\cdot10^{x_1+x_2}}\geqslant\frac{(10^{x_1+x_2}+1)(2\sqrt{10^{x_1}\cdot10^{x_2}}-2\cdot10^{\frac{x_1+x_2}{2}})}{2\cdot10^{x_1+x_2}}=0$

$\therefore g(x_1)+g(x_2)\geqslant 2g(\frac{x_1+x_2}{2})$

□3□）□ $f(x)=\frac{1}{2}(10^x-\frac{1}{10^x})$ □ $g(x)=\frac{1}{2}(10^x+\frac{1}{10^x})$ □

$\therefore f(x_1-x_2)=\frac{1}{2}(10^{x_1-x_2}-\frac{1}{10^{x_1-x_2}})$

$=\frac{1}{2}(\frac{10^{x_1}}{10^{x_2}}-\frac{10^{x_2}}{10^{x_1}})$

$=\frac{1}{4}(10^{x_1+x_2}+\frac{10^{x_1}}{10^{x_2}}-\frac{10^{x_2}}{10^{x_1}}-\frac{1}{10^{x_1+x_2}})-\frac{1}{4}(10^{x_1+x_2}-\frac{10^{x_1}}{10^{x_2}}+\frac{10^{x_2}}{10^{x_1}}-\frac{1}{10^{x_1+x_2}})$

$=\frac{1}{4}(10^{x_1}-\frac{1}{10^{x_1}})(10^{x_2}+\frac{1}{10^{x_2}})-\frac{1}{4}(10^{x_1}+\frac{1}{10^{x_1}})(10^{x_2}-\frac{1}{10^{x_2}})$

$=f(x_1)g(x_2)-g(x_1)f(x_2)$

□□□□□ $g(x_1+x_2)=\frac{1}{2}(10^{x_1+x_2})+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10^{x_1+x_2}}=g(x_1)g(x_2)-f(x_1)f(x_2)$ □

6□□2021•□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}ae^{2x}-x^2-ax$ □ $a\in R$ □

□1□□ $a=1$ □□□□□ $g(x)=f(x)+x^2$ □□□□□

□2□□ $0<a<\frac{4}{e^4-1}$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $x_2-x_1>2$ □

□□□□1□□□□ $a=1$ □□ $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-x^2-x$ □

$g(x)=f(x)+x^2=\frac{1}{2}e^{2x}-x$ □ $g'(x)=e^{2x}-1$ □

□ $g'(x)>0$ □□□ $x>0$ □□ $g'(x)<0$ □□□ $x<0$ □

□□ $g(x)$ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $(-\infty,0)$ □

□2□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}ae^{2x}-x^2-ax$ □□□□□ R □ $f'(x)=ae^{2x}-2x-a$ □

□ $h(x)=f'(x)=ae^{2x}-2x-a$ □

□□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □

□□ x_1 □ x_2 □□□ $h(x)$ □□□□□□

$h(x_1)=h(x_2)=0$ □

$h'(x)=2ae^{2x}-2$ □□ $h'(x)>0$ □□□ $x>\frac{1}{2}ln\frac{1}{a}$ □□ $h'(x)<0$ □□□ $x<\frac{1}{2}ln\frac{1}{a}$ □

□□ $h(x)$ □ $(-\infty,\frac{1}{2}ln\frac{1}{a})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{2}ln\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□

□□ $x_1<\frac{1}{2}ln\frac{1}{a}$ □ $x_2>\frac{1}{2}ln\frac{1}{a}$ □

□ $0<a<\frac{4}{e^4-1}$ □□□ $\frac{1}{2}ln\frac{1}{a}>\frac{1}{2}ln\frac{e^4-1}{4}>0$ □

□□ $h(0)=0$ □□□ $x_1=0$ □

□□□□ $x_2-x_1>2$ □□□ $x_2>2$ □□□□ h□2□ <0 □

□□ $0<a<\frac{4}{e^4-1}$ □

□□ h□2□ $=ae^4-4-a=a(e^4-1)-4<\frac{4}{e^4-1}(e^4-1)-4<4-4=0$ □

□□ $x_2-x_1>2$ □□□□

7□□2021•□□□□□□□ $f(x)=e^x-\frac{1}{2}ax^2-x$ □

□1□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□ a □□□

□2□□ $a>1$ □□

① □□□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□ x_2-x_1 □□ a □□□□□□

② □□□ $f(x_2)<1+\frac{\sin x_2 - x_2}{2}$ □

□□□□□□1□ $f(x)=e^x-ax-1$ □ $f'(x)=e^x-a$ □□□□□□ $f(x)\geqslant 0$ □□□□

□ $a\leqslant 0$ □□ $f'(x)>0$ □□ $f(x)$ □□□□□□ $f(0)=0$ □□□ $x<0$ □□ $f(x)<0$ □

$f(x)$ □□□□□□ $a\leqslant 0$ □□□□□□

□ $a>0$ □□ $f'(x)=0$ □□□ $x=\ln a$ □□□□ $f(x)$ □ $(-\infty,\ln a)$ □□□□□□□ $(\ln a$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$f(x)_{min}=f(\ln a)=a-a\ln a-1(a>0)$ □

□ g □a□ $=a-a\ln a-1(a>0)$ □ g' □a□ $=-\ln a$ □ g □a□□ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ $f(\ln a)=g$ □a□ $\leqslant g(1)=0$ □

□ $\ln a=0$ □□ $a=1$ □□ $f(x)\geqslant f(0)=0$ □□□□□□

□ $\ln a\neq 0$ □□ $a\neq 1$ □□ $f(\ln a)<f(0)=0$ □□□□□□□

□□□ $a=1$ □

□2□□□① $a>1$ □□ $\ln a>0$ □□□1□□□ $f(x)_{min}=f(\ln a)<0$ □□ $f(0)=0$ □

□ $x\in(-\infty,0)$ □□ $f(x)>0$ □□ $x\in(0$ □ $\ln a)$ □□ $f(x)<0$ □□□ $x_1=0$ □□□□□□

□□1□□ $e^x\geqslant x+1>x$ □□□ $x>1$ □□ $e^x=e^{\frac{x}{2}}e^{\frac{x}{2}}>\frac{x^2}{4}$ □

□□ $f(x)>\frac{x^2}{4}-(a+1)x$ □□□□ $x>4(a+1)$ □□ $f(x)>0$ □

□ $x\in(\ln a,x_2)$ □□ $f(x)<0$ □□ $x\in(x_2$ □ $4(a+1))$ □□ $f(x)>0$ □□□ $x=x_2$ □□□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□

□□ $f'(x_2)=0$ □□□ $a=\frac{e^{x_2}-1}{x_2}$ □

□ $h(x)=\frac{e^x-1}{x}(x>0)$ □□ $h'(x)=\frac{e^x(e^{-x}+x-1)}{x^2}$ □

□□1□□□ $e^{x}\geqslant x+1$ □□□ $h'(x)\geqslant 0$ □ $h(x)$ □□□□□□ x_2 □□ a □□□□□□□□ $x_2-x_1=x_2$ □□□ x_2-x_1 □□ a □□□□□□□

② □ $a=\frac{e^{x_2}-1}{x_2}$ □□□ $f(x_2)=(1-\frac{x_2}{2})e^{x_2}-\frac{x_2}{2}$ □

□□ $f(x_2)<1+\frac{\sin x_2-x_2}{2}$ □□□ $(1-\frac{x_2}{2})e^{x_2}<1+\frac{\sin x_2}{2}$ □

□□ $2-x_2-\frac{2+\sin x_2}{e^{x_2}}<0$ □

□ $\varphi(x)=2-x-\frac{2+\sin x}{e^x}$ □ $x>0$ □

$\varphi'(x)=\frac{2+\sin x-\cos x}{e^x}-1$ □ $\varphi''(x)=\frac{2(\cos x-1)}{e^x}\leqslant 0$ □□

□□ $\varphi'(x)$ □□□□□□□ $\varphi'(x)<\varphi'(0)=0$ □

□□ $\varphi(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□ $\varphi(x)<\varphi(0)=0$ □

□□□□□□□

8□□2021□•□□□□□□□□ $f(x)=2x\ln x$ □ $g(x)=x^2+ax-1$ □ $a\in R$ □

□I□□□□□ $x\in[1$ □ $+\infty)$ □□□□ $f(x)\leqslant g(x)$ □□□□□ a □□□□□□

□II□□□□ $h(x)=|f(x)|-2a$ □3 □□□□□□ x_1 □ x_2 □ $x_3(x_1<x_2<x_3)$ □

□i□□□□ $x_1+x_2>\frac{2}{e}$ □

□ii□□□□ $x_3-x_2>\sqrt{1+2a}-\sqrt{1-2a}$ □

□□□□□□□I□□□□□□□□□□□ $f(x) \leq g(x)$ □□□□□ $2x\ln x \leq x^2 + ax - 1$□

□□ $a \geq 2\ln x - x + \dfrac{1}{x}(x \geq 1)$ □□ $F(x) = 2\ln x - x + \dfrac{1}{x}(x \geq 1)$ □□□ $a \geq F(x)_{max}$□

□ $F(x) = \dfrac{2}{x} - 1 - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{-x^2 + 2x - 1}{x^2} = -\dfrac{(x-1)^2}{x^2} < 0$ □□□ $F(x)$ □$[1$□$+\infty)$ □□□□□

□ $F(x)_{max} = F$□1□$=0$□

□□ a□□□□□$[0$□$+\infty)$□

□□□□ $f(x) \leq g(x)$ □□□□□ $2x\ln x - x^2 - ax + 1 \leq 0$ □□□ $x \in [1$□$+\infty)$ □□□

□□ $x = 1$ □□□□□□□□□ $a \geq 0$□

□□ $a \geq 0$ □□ $2x\ln x - x^2 - ax + 1 \leq 2x\ln x - x^2 + 1$ □□ $F(x) = 2x\ln x - x^2 + 1$ □ $x \geq 1$□

□ $F(x) = 2\ln x + 2 - 2x = 2[\ln x - (x-1)] \leq 0$ □□ $F(x)$ □□□□

□ $F(x) \leq F$□1□$=0$ □□□ $2x\ln x - x^2 - ax + 1 \leq 2x\ln x - x^2 + 1 \leq 0$ □□□

□□□□ a□□□□□$[0$□$+\infty)$□

□□□□ $f(x) \leq g(x)$ □□□□ $2x\ln x - x^2 + 1 \leq ax$□

□□ $x \geq 1$ □□□ $y = 2x\ln x - x^2 + 1$ □□□□□□□□ $y = ax$ □□□

□ $(2x\ln x - x^2 + 1) = 2[\ln x - (x-1)] \leq 0$ □□ $y = 2x\ln x - x^2 + 1$ □$[1$□$+\infty)$ □□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $a\in[0$□$+\infty)$□

□□ a □□□□□□ $[0$□$+\infty)$□

□Ⅱ□□i□□□□□ $h(x)=0$ □□□ $|f(x)|=2a$ □

□ $f'(x)=2\ln x+2$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x>\frac{1}{e}$ □

□ $f'(x)<0$ □□ $0<x<\frac{1}{e}$ □

□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{e},+\infty)$ □□□□□□ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□□

□ $f(\frac{1}{e})=-\frac{1}{e}$ □

f□1□$=0$□□□ $h(x)$ □□□□

□□□□□ $a\in(0,\frac{1}{e})$ □ $0<x_1<\frac{1}{e}<x_2<1<x_3$ □

□ $F(x)=|f(x)|+|f(\frac{2}{e}-x)|$ □ $x\in(0,1)$ □

□ $F(x)=-2x\ln x+2(\frac{2}{e}-x)\ln(\frac{2}{e}-x)$ □ $x\in(0,1)$ □

□□ $F'(x)=-2\ln x-2x\cdot\frac{1}{x}-2\ln(\frac{2}{e}-x)+2(\frac{2}{e}-x)\cdot\frac{-1}{(\frac{2}{e}-x)}=-2\ln x-2\ln(\frac{2}{e}-x)-4=-2\ln x(\frac{2}{e}-x)-4$ □

□ $0<x<\frac{1}{e}$ □□ $x(\frac{2}{e}-x)<\frac{1}{e^2}$ □□□ $F'(x)>0$ □□□ $F(x)$ □ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□□

□□ $F(x_1)<F(\frac{1}{e})=0$ □□ $f(x_1)<f(\frac{2}{e}-x_1)$ □□□ $x_1\in(0,\frac{1}{e})$ □□ $\frac{2}{e}-x_1\in(\frac{1}{e},1)$ □

□ $f(x_1)=f(x_2)=2a$ □□□ $f(x_2)<f(\frac{2}{e}-x_1)$ □ $x_2>\frac{2}{e}-x_1$ □

□□ $x_1+x_2>\frac{2}{e}$ □

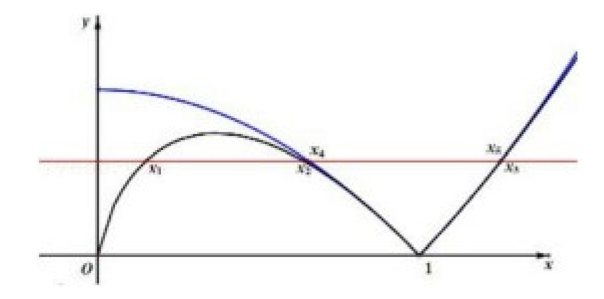
□ii□□□□□□i□□□□□ $x\geqslant 1$ □□ $x\ln x\leqslant\frac{x^2-1}{2}$ □□ $0<x\leqslant 1$ □□ $0\leqslant\frac{x^2-1}{2}\leqslant x\ln x$

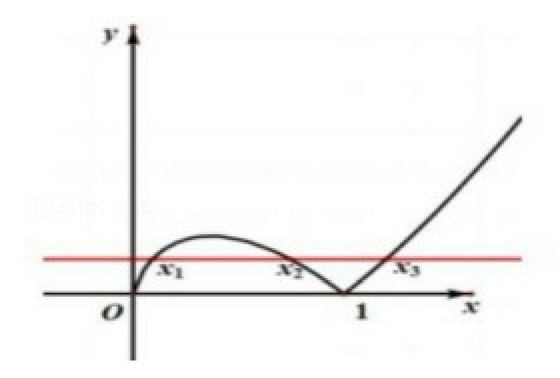
□ $|x\ln x|\leqslant|\frac{x^2-1}{2}|$ □□□□□□

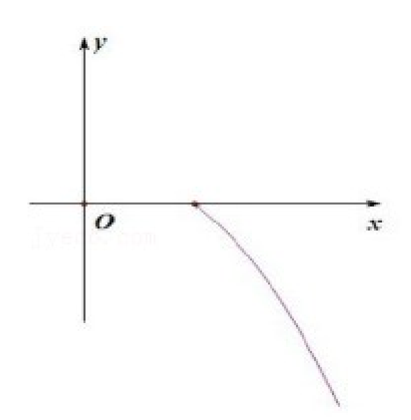
□□□ $y=a$ □ $y=|\frac{x^2-1}{2}|$ □ $x>0$ □□□□□□□□□ x_4 □ $x_5(x_4<x_5)$ □□□□□□□

$x_3-x_2>x_5-x_4$ □□ $x_4=\sqrt{1-2a}$ □ $x_5=\sqrt{1+2a}$ □

□□ $x_3-x_2=\sqrt{1+2a}-\sqrt{1-2a}$ □







9□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\dfrac{x^2-1-2ax\ln x}{x}$ □

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $\ln m-\dfrac{1}{m}=\ln n+\dfrac{1}{n}$ □□□□ $m-n>2$ □

□□□□□1□□□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$, $f'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2a}{x}=\dfrac{x^2-2ax+1}{x^2}$ □

□ $g(x)=x^2-2ax+1$ □□□ $x^2-2ax+1=0$ □□□□△ $=4a^2-4=4(a+1)(a-1)$ □

(i) □△ $\leqslant 0$ □□ $-1\leqslant a\leqslant 1$ □□ $g(x)=x^2-2ax+1\geqslant 0$ □□□□

□□□□ $x\in(0,+\infty)$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}\geqslant 0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

(ii) □△ >0 □□ $a<-1$ □ $a>1$ □

①□ $a<-1$ □□ $g(x)=x^2-2ax+1\geqslant 0$ □□□□□□□□ $x\in(0,+\infty)$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}\geqslant 0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

②□$a>1$□□□$x^2-2ax+1=0$□□□$\alpha=a-\sqrt{a^2-1},\beta=a+\sqrt{a^2-1}$□

□□□$0<x<\alpha$□□$g(x)>0$□□$\alpha<x<\beta$□□$g(x)<0$□□$x>\beta$□□$g(x)>0$□

□□□$(0,a-\sqrt{a^2-1})\cup(a+\sqrt{a^2-1},+\infty)$□□$f'(x)>0$□

□$(a-\sqrt{a^2-1},a+\sqrt{a^2-1})$□□$f'(x)<0$

□□□□$f(x)$□$(0,a-\sqrt{a^2-1})$□$(a+\sqrt{a^2-1},+\infty)$□□□□□□

□$(a-\sqrt{a^2-1},a+\sqrt{a^2-1})$□□□□□□

□□□□$a\leq 1$□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□

□$a>1$□□$f(x)$□$(0,a-\sqrt{a^2-1})$□$(a+\sqrt{a^2-1},+\infty)$□□□□□□□$(a-\sqrt{a^2-1},a+\sqrt{a^2-1})$□□□□□□

□2□□□□

□$\ln m-\frac{1}{m}=\ln n+\frac{1}{n}$□□□$\ln m-\ln n=\frac{1}{m}+\frac{1}{n}(m,n>0)$□

□$\ln m-\ln n>0$□□□$m>n>0$□

□□$\ln m-\ln n=\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\Rightarrow \ln\frac{m}{n}=\frac{m+n}{mn}=\frac{\frac{m}{n}+1}{m}$□

□$\frac{m}{n}=t$ □□ $t>1,\ln t=\frac{t+1}{m}$□

□□$m=\frac{t+1}{\ln t},n=\frac{t+1}{t\ln t}$□□□$m-n=\frac{t^2-1}{t\ln t}$□

□□□$m-n>2$□□□□$\frac{t^2-1}{t\ln t}>2,(t=\frac{m}{n}>1)$□

□□$:t-\frac{1}{t}>2\ln t(t>1)$□

□□1□□□□$a=1$□□$f(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$□$(0,+\infty)$□□□□□□

□□□ $t>1$ □ $f(t)>f$ □1□□□ f □1□ $=0$ □□□ $t-\frac{1}{t}>2\ln t(t>1)$ □□□

□□ $m-n>2$ □

10□□2021•□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}(x-1)(e^x-1)$ □

□1□□□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□

□2□□□□ $f(x)=a$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $|x_1-x_2|\leqslant\frac{2ea}{e-1}+1$ □

□□□□□□1□ $f'(x)=\frac{1}{2}[(e^x-1)+(x-1)e^x]=\frac{1}{2}(xe^x-1)$ □

$\therefore f'$ □1□ $=\frac{1}{2}(e-1)$ □ f □1□ $=0$ □

$\therefore$ □□□□□ $y=\frac{1}{2}(e-1)(x-1)$ □

□2□□□1□□ $f'(x)=\frac{1}{2}(xe^x-1)$ □

□ $f'(0)=\frac{1}{2}$ □ $f'(1)=\frac{1}{2}(e-1)>0$ □□ $f'(x)=\frac{1}{2}(xe^x-1)$ □ $(0,1)$ □□□□□□

□□ $f'(x)=\frac{1}{2}(xe^x-1)$ □□□□□ $x_0\in(0,1)$ □

□ $x\in(-\infty,x_0)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□

□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□

□□□□□□ $(-\infty,x_0)$ □ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□ $x_1<x_2$ □

□ $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}(e-1)(x-1)$ □ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $g'(x)=\frac{1}{2}(xe^x-e)$ □

□ $x\in(x_0$ □ $1)$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□

□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□

$\therefore g(x)$ □□□□ g □1□ $=0$ □□ $f(x)-\frac{1}{2}(e-1)(x-1)\geqslant0$ □□□□

$a = f(x_2) \geq \frac{1}{2}(e-1)(x_2-1)$，$x_2 \leq \frac{2a}{e-1}+1$，

又因为函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=-\frac{1}{2}x$，

所以 $f(x) \geq -\frac{1}{2}x$ 恒成立，$a = f(x_1) \geq -\frac{1}{2}x_1$，即 $x_1 \geq -2a$，

于是 $|x_1-x_2| \leq \frac{2a}{e-1}+1+2a=\frac{2ea}{e-1}+1$.

11.（2021•巴南区校级月考）已知函数 $f(x)=\ln x-ax$（a 为常数）.

（1）当 $a>1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间;

（2）当 $a \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时，设函数 $g(x)=2f(x)+x^2$ 的两个极值点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$ 满足 $t=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}$，求 $y=(x_1-x_2)(\frac{2}{x_1+x_2}-t)+\frac{2}{3}$ 的最小值.

【解答】解：（1）依题意，得 $f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}(x>0)$，

∵ $a>1$，由 $1-ax>0$，解得 $x<\frac{1}{a}$，即当 $0<x<\frac{1}{a}$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

由 $1-ax<0$，解得 $x>\frac{1}{a}$，即当 $x>\frac{1}{a}$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

∴当 $a>1$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,\frac{1}{a})$，$f(x)$ 的单调递减区间为 $(\frac{1}{a}，+\infty)$.

（2）∵ $g(x)=2f(x)+x^2=2\ln x-2ax+x^2$，

∴ $g'(x)=\frac{2(x^2-ax+1)}{x}=0$ 的两根为 x_1，x_2，

即方程 $x^2-ax+1=0$ 的两根为 x_1，x_2，

∵ $a \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$，∴ $\triangle=a^2-4>0$，

∴ $x_1+x_2=a$，$x_1x_2=1$，

□ $t=\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}$ □

$\therefore y=(x_1-x_2)(\frac{2}{x_1+x_2}-\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2})+\frac{2}{3}$

$=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{2}{3}$

$=2\cdot\frac{\frac{x_1}{x_2}-1}{\frac{x_1}{x_2}+1}-ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{2}{3}$ □

□ $m=\frac{x_1}{x_2}(0<m<1)$ □

□□□□□□□ $(x_1+x_2)^2=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2=a^2$ □

$\therefore \frac{x_1^2+2x_1x_2+x_2^2}{x_1x_2}=m+\frac{1}{m}+2=a^2$ □

□ $a\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$ □ $\therefore m+\frac{1}{m}=a^2-2\geqslant\frac{5}{2}$ □

$\therefore m\leqslant\frac{1}{2}$ □ $m\geqslant 2$ □ $\therefore 0<m\leqslant\frac{1}{2}$ □

□ $h(m)=2\cdot\frac{m-1}{m+1}-lnm+\frac{2}{3}$ □ $\therefore h'(m)=\frac{-(m-1)^2}{m(m+1)^2}<0$ □

$\therefore h(m)$ □ $0<m\leqslant\frac{1}{2}$ □□□□

$\therefore y_{min}=h(m)_{min}=h(\frac{1}{2})=ln2$ □

12．（2021•□□□□□□□□ $f(x)=(x+1)(e^x-1)$ □

（1）□□ $f(x)$ □□ $(-1$ □ $f(-1))$ □□□□□□□

（2）□□□□ $f(x)=b$ □□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $b\leqslant\frac{e-1}{2e-1}$ □□ $x_2-x_1\leqslant 2$ □□□: e □□□□□□□□

□□□□□□1□□ $f'(x)=(x+2)e^x-1$□

□□ $f'(-1)=\frac{1}{e}-1$ □□ $f(-1)=0$□

□□ $f(x)$ □□ $(-1$□ $f(-1))$ □□□□□□□ $y=\frac{1-e}{e}(x+1)$□

□2□□□□□1□□ $f(x)$ □□ $(-1$□ $f(-1))$ □□□□□□□ $s(x)=\frac{1-e}{e}(x+1)$□

□ $F(x)=f(x)-s(x)=(x+1)(e^x-\frac{1}{e})$□

□ $F'(x)=(x+2)e^x-\frac{1}{e}$□ $F''(x)=(x+3)e^x$□

□□ $F'(x)$ □ $(-\infty,-3)$ □□□□□□□ $(-3,+\infty)$ □□□□□□

$F'(-3)=-\frac{1}{e^3}-\frac{1}{e}<0$□

□□ $x\to-\infty$ □□ $F'(x)<0$□

□ $F'(-1)=0$□

□ $f(x)=b$□□ $s(x)=b$□□ $\frac{1-e}{e}(x+1)=b$□

□□ $x=\frac{eb}{1-e}-1$ □□ $x_1'=\frac{eb}{1-e}-1$□

□□ $b=s(x_1')=f(x_1)\geq s(x_1)$□

□□ $s(x)$□ R□□□□□□□□ $x_1'\leq x_1$□

□ $f(x)$ □ $(1,2e-2)$ □□□□ $t(x)=(3e-1)x-e-1$□

□□□ $G(x)=f(x)-t(x)=(x+1)e^x-e-1$□

□ $G'(x)=(x+2)e^x-3e$□ $G''(x)=(x+3)e^x$□

□ $G'(x)$ □ $(-\infty,-3)$ □□□□□□□ $(-3,+\infty)$ □□□□□□

□$G(-3)=-\frac{1}{e^3}-3e<0$□

□$x\to-\infty$□□$G(x)<0$□G□1□$=0$□

□□$G(x)\ldots G$□1□$=0$□

□□$f(x)\ldots t(x)=(3e-1)x-e-1$□

□$(3e-1)x-e-1=b$□□$x_2'=\frac{e+1+b}{3e-1}$□

$b=t(x_2')=f(x_2)\ldots t(x_2)$□

□$t(x)$□R□□□□□□□□$x_2 ,, x_2'$□

□$x_2-x_1 ,, x_2'-x_1'=1+\frac{b+e+1}{3e-1}+\frac{eb}{e-1} ,, 2$□